

Revenue, Costs and Profit Analysis

by

(D. Kumar)

Dinesh Kumar Gupta

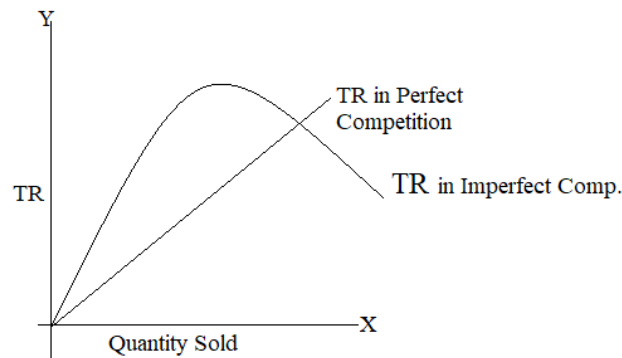
आय/आगम विश्लेषण—

एक फर्म अपने उत्पादन की निश्चित मात्रा बेचकर जो धनराशि प्राप्त करती है, उसे कुल आगम कहते हैं। उदाहरण के लिए, यदि फर्म तीन इकाइयाँ बेचकर 24 रुपये प्राप्त करती हैं तो कुल आगम 24 रुपये होगी वस्तु की बेची गयी इकाइयों को मूल्य से गुणा करने पर कुल आगम प्राप्त होती है –

कुल आगम = वस्तु की बेची गई इकाइयाँ × वस्तु का मूल्य

$$\text{सूत्र रूप में, } TR = Q \times P$$

जहाँ TR कुल आगम, Q वस्तु की बेची गई इकाइयाँ तथा P वस्तु के मूल्य को व्यक्त करता है।



औसत आगम

फर्म द्वारा वस्तुओं की बिक्री से प्राप्त कुल आगम को वस्तु की इकाइयों से भाग देने पर औसत आगम (AR) प्राप्त होती है

औसत आगम = कुल आगम / वस्तु की बेची गई इकाइयाँ

$$\mathbf{AR = TR / Q}$$

जहाँ AR औसत आगम, TR कुल आगम तथा Q वस्तु की बेची गई इकाइयाँ हैं ।

सीमांत आगम—

फर्म द्वारा वस्तु की एक और इकाई को बेचने से कुल आगम में जो वृद्धि होती है, वह सीमांत आगम (MR) कहलाती है। वास्तव में सीमांत आगम कुल आगम में वृद्धि की दर को व्यक्त करती है।

$$MR = TR_n - TR_{n-1}$$

$$MR = \text{Slope of TR}$$

$$\text{Or } MR = d/dx (TR)$$

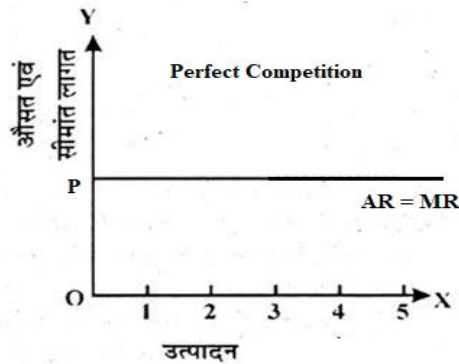
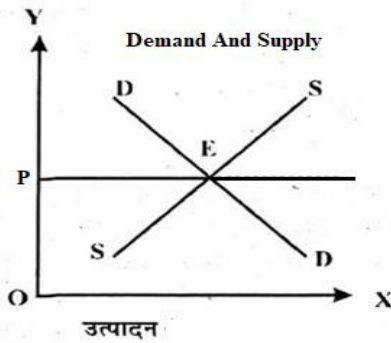
$$MR = \frac{d}{dQ} (TR) = \frac{d}{dQ} \{f(Q)\} = f'(Q)$$

कुल, औसत एवं सीमांत आगम

उत्पादन की मात्रा	वस्तु का मूल्य P	कुल आगम TR	औसत आगम AR	सीमांत आगम MR
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	10	10	10	10
2	9	18	9	8
3	8	24	8	6
4	7	28	7	4
5	6	30	6	2
6	5	30	5	0
7	4	28	4	-2
8	3	24	3	-4

औसत आगम एवं सीमांत आगम वक्रों में संबंध—

01. जब औसत एक क्षैतिज रेखा में हो तो सीमान्त आय उसके बराबर होगी। पूर्ण प्रतियोगिता में औसत आगम वक्र जब आधार अक्ष के समानांतर एक सरल रेखा होगी तो सीमांत आगम भी इसी के अनुरूप होती है। वस्तु का मूल्य बाजार में वस्तु की कुल माँग तथा कुल पूर्ति द्वारा निर्धारित होता है तथा इस



औसत आय, सीमान्त आय तथा माँग की लोच के बीच सम्बन्ध—

सकते हैं— $e = \frac{AR}{AR - MR} = \frac{\text{औसत आय}}{\text{औसत आय} - \text{सीमान्त आय}}$

यदि हम AR के लिए A तथा MR के लिए M रखें तो, हम कह सकते हैं कि

$$e = \frac{A}{A - M} \quad \text{या} \quad eA - eM = A \quad \text{या,} \quad A(e-1) = eM$$

$$\text{या, } A = \frac{eM}{e-1} = M \times \frac{e}{e-1}$$

इसी प्रकार $M = A \times \frac{e-1}{e}$

इस तथ्य को हम वैकल्पिक रूप में निम्न प्रकार से सिद्ध कर सकते हैं—

$$TR = P \cdot Q \quad \text{इसलिए, } MR = \frac{d}{dQ} \{TR\} = \frac{d}{dQ} \{PQ\} = P \frac{dQ}{dQ} + Q \cdot \frac{dP}{dQ}$$

$$= P + Q \cdot \frac{dP}{dQ} = P \left(1 + \frac{Q}{P} \cdot \frac{dP}{dQ} \right)$$

परन्तु $e = -\frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q}$

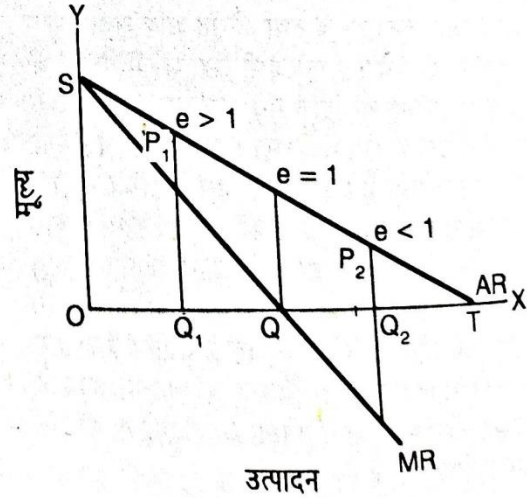
या $\frac{1}{e} = -\frac{dP}{dQ} \cdot \frac{Q}{P}$

अर्थात् $\frac{dP}{dQ} \cdot \frac{Q}{P} = -\frac{1}{e}$

या, $MR = P \left(1 - \frac{1}{e} \right)$ या, $MR =$

$$AR \left(1 - \frac{1}{e} \right) \quad \text{या} \quad MR = AR \frac{e-1}{e}$$

इस विश्लेषण के बाद अब हम उत्पादन के स्तर, उससे सम्बन्धित औसत आय, सीमान्त आय तथा माँग की लोच के बीच के निश्चित सम्बन्ध को स्पष्ट कर



लाभ का निर्धारण— लाभ निर्धारण सभी फर्मों का उद्देश्य होता है जिसका वर्णन आगे किया गया है।

पूर्ण प्रतियोगिता विश्लेषण (Analysis of Perfect Competition)

पूर्ण प्रतियोगिता की स्थिति में निजी उत्पादक इकाई मूल्य स्वीकारक (Price taker) होती है। अर्थात् निजी इकाई का वस्तु के ऊपर कोई नियंत्रण नहीं होता—इसका कारण यह है कि निजी उत्पादक इकाई कुल बाजार की तुलना में अत्यन्त लघु होती है तथा इसे बाजार द्वारा निर्धारित (समग्र माँग एवम् समग्र पूर्ति द्वारा निर्धारित) कीमत को ही स्वीकारना होता है। अब यदि उत्पादन की कीमत 'p' को स्थिर मान लिया जाय तो उत्पाद के विक्रय से प्राप्त कुल आय इस प्रकार होगी— $R = pq$

$$\text{तथा सीमान्त आय, } \frac{dR}{dq} = p.1$$

$$\text{या } MR = p$$

अर्थात् पूर्ण प्रतियोगिता की स्थिति में सीमान्त आय स्थिर कीमत 'p' के बराबर होगी। या पूर्ण प्रतियोगिता की स्थिति में सीमान्त आय, तथा औसत आय वक्र एक दूसरे से संपाती (Coincident) होंगे। इस तथ्य को चित्र 6 में प्रदर्शित किया गया है—

उत्पादक इकाई का कुल लागत फलन निम्न प्रकार होगा— $C = a + f(q)$

जहाँ 'a' उत्पादन की कुल स्थिर लागत (TFC) तथा $f(q)$, उत्पादन की कुल परिवर्तनशील लागत (TVC) है।

फर्म का निबल लाभ (Net Profit or Net Revenue) इस प्रकार होगा— $\pi = R - C$

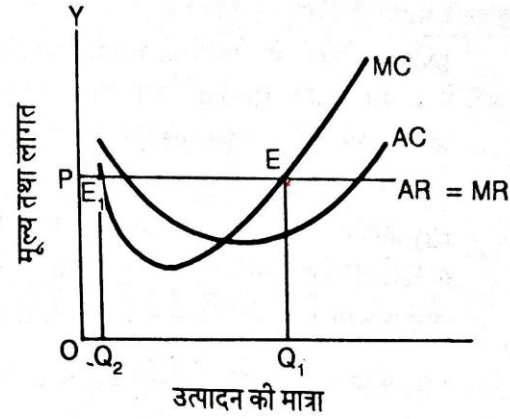
$$= pq - [a + f(q)]$$

$$= pq - a - f(q)$$

फर्म अपने निबल लाभ को अधिकतम करने का प्रयास करेगी। अर्थात् फर्म अपने उत्पाद की मात्रा को इस प्रकार निर्धारित करेगी कि फर्म का निबल लाभ (π) अधिकतम (Maximum) हो। अब निबल लाभ फलन [समीकरण (4)] उत्पादन की मात्रा का फलन है, तथा इसके अधिकतम होने की स्थिति में—

$$(i) \frac{d\pi}{dq} = 0 \text{ तथा } (ii) \frac{d^2\pi}{dq^2} = < 0$$

अर्थात् निबल लाभ अधिकतम होने की स्थिति में निबल लाभ फलन का प्रथम अवकलज शून्य होना चाहिये तथा द्वितीय अवकलज ऋणात्मक होना चाहिये। अब—



चित्र (6)

एकाधिकारी संतुलन (Monopoly Equilibrium)

एकाधिकार की स्थिति में बाजार में वस्तु का एक ही विक्रेता होता है, तथा समय माँग वक्र ही विक्रेता का माँग वक्र होता है। अन्य शब्दों में विक्रेता का माँग वक्र दाहिनी और गिरता हुआ होता है।

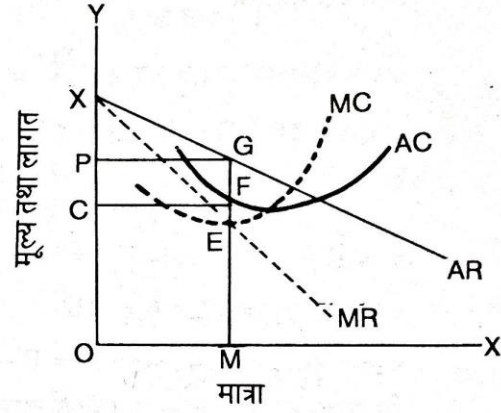
एकाधिकारी संतुलन को चित्र 7 में प्रदर्शित किया गया है। चित्र में संतुलन की स्थिति को बिन्दु E के द्वारा प्रदर्शित किया है। जहाँ—

(i) $MR=MC$ तथा

(ii) MC के परिवर्तन की दर MR के परिवर्तन की दर से अधिक है।

संतुलन की स्थिति में वस्तु की मात्रा OM तथा मूल्य OP है। प्रति इकाई लाभ (Per unit Profit) मूल्य तथा औसत लागत के अन्तर के बराबर है अर्थात् प्रति इकाई लाभ = $P - AC = MG - MF = GF$

तथा निबल लाभ $\pi =$ प्रति इकाई \times वस्तु की मात्रा = $GF \cdot OM = GF \cdot FC =$ क्षेत्रफल PCFG



चित्र (7)

इन्हीं अवधारणाओं को हम गणितीय रूप में निम्न प्रकार सिद्ध कर सकते हैं—

यदि एकाधिकारी के माँग फलन को $p=f(q)$ के रूप में व्यक्त किया जाय तो एकाधिकारी का कुल आय फलन R इस प्रकार होगा— $R = p \cdot q = f(q) \cdot q = qf(q)$

अन्य शब्दों में एकाधिकारी की कुल आय वस्तु की मात्रा का फलन होगी। इसे हम निम्न प्रकार व्यक्त करते हैं, $R=R(q)$

इसी प्रकार एकाधिकारी की कुल लागत C भी उत्पादन की मात्रा का फलन होगी,

Q- $C = \frac{2x^3}{3} - 5x^2 + 25x + 60$

द्वि-प्रतियोगिता में $P=37$ है तो संतुलन में कीमत व मात्रा ज्ञात कीजिए।

Solution! : द्वि-प्रतियोगिता में संतुलन में - $MR=MC$
 $\frac{d}{dx}(MC) > 0$

$$C = \frac{2x^3}{3} - 5x^2 + 25x + 60$$

$$MC = \frac{d}{dx}(C) = \frac{2}{3}(3x^2) - 10x + 25$$

$$= 2x^2 - 10x + 25$$

संतुलन में $MR=MC$

$$\therefore 37 = 2x^2 - 10x + 25$$

$$\text{or } 2x^2 - 10x + 25 - 37 = 0$$

$$2x^2 - 10x - 12 = 0$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$x^2 - 6x + x - 6 = 0$$

$$x(x-6) + 1(x-6)$$

$$(x-6)(x+1) \text{ then } x=6, \text{ ~~or } x=-1~~$$

Quantity is not negative

$$\text{So } x=6 \text{ पर, So } \frac{d}{dx}(MC) = 4x - 10$$

$$= 4 \times 6 - 10$$

$$= 24 - 10 = 14$$

$$\text{So } \frac{d}{dx}(MC) > 0$$

$$x=6, P=37 \text{ (already given)}$$

अतः $x=6$ पर संतुलन होगा

$$\text{प्रति-कार्य लाभ} = AR - AC$$

$$\text{संतुलन पर } TC = AC \times x$$

$$= \frac{2}{3}(6)^3 - 5(6)^2 + 25 \times 6 + 60$$

$$= \frac{2}{3} \times 216 - 5 \times 36 + 150 + 60 = \boxed{174 = TC}$$

$$\text{AC} = \frac{TC}{x} = \frac{174}{6} = 29$$

$$\text{Per Unit } \pi = AR - TC = 37 - 29 = 8 \text{ ₹/π}$$

$$\text{Total } \pi = 8 \times 6 = \boxed{48}$$

Q-2.

स्वामधिकारी का मांग फलन $Q = 400 - 20P$

$$AC = 5 + \frac{Q}{50}$$

संगुलन में स्वामधिकारी के उत्पाद भी माला, कीमत, प्रति इकाई लाभ खाल भी मिले।

Solution - मांग फलन $Q = 400 - 20P$

$$20P = 400 - Q$$

$$P = \frac{400}{20} - \frac{Q}{20}$$

$$P = \left(20 - \frac{Q}{20}\right)$$

Total Revenue = $P \times Q$

$$TR = \left(20 - \frac{Q}{20}\right) \times Q = 20Q - \frac{Q^2}{20}$$

$$MR = \frac{d}{dQ}(TR) = 20 - \frac{2Q}{20 \times 10}$$

$$MR = 20 - \frac{Q}{10}$$

$$\therefore AC = 5 + \frac{Q}{50}, TC = AC \times Q$$

$$TC = \left(5 + \frac{Q}{50}\right) \times Q = 5Q + \frac{Q^2}{50}$$

$$MC = \frac{d}{dQ}(TC) = 5 + \frac{2Q}{25}$$

संगुलन में $MR = MC$

$$= 20 - \frac{Q}{10} = 5 + \frac{2Q}{25}$$

$$= -\frac{Q}{10} - \frac{2Q}{25} = 5 - 20$$

$$\left(-\frac{5Q - 2Q}{50} = -15\right) = \frac{7Q}{50} = 15$$

$$\therefore \frac{7Q}{50} = 15$$

$$\text{So } 7Q = 15 \times 50 = 750$$

$$\left(Q = \frac{750}{7} = 107\right)$$

$$Q = 107$$

$$\text{So } P = 20 - \frac{Q}{20} = 20 - \frac{107}{20} = 20 - 5.35 = 14.65$$

$$\underline{AC} = 5 + \frac{Q}{50} = 5 + \frac{10^7}{50} = 5 + 2.14 = \underline{\underline{7.14}}$$

$$\begin{aligned} \text{Per unit } \pi &= P - AC \\ &= 14.65 - 7.14 = \underline{\underline{7.51}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \text{ Total Profit} &= \text{Per unit } \pi \times Q \\ &= 7.51 \times 10^7 \\ &= \boxed{803.57} \end{aligned}$$
